

$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
 $X_{k+1} = \left(\frac{1 - \cos A}{2} \right)^{1/2}$
 $\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$
 $\log_n m = \frac{\log m}{\log n}$
 $\operatorname{sech}(x) = 1/\cosh(x) = 2/(e^x + e^{-x})$
 $\operatorname{cosh}(x) = (e^x + e^{-x})/2$
 $\operatorname{csch}(x) = (e^x - e^{-x})/2$
 $\sim \forall x [\sim p(x)] = \exists x [p(x)] \quad \sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$
 $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
 $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$
 $a_n = a_1 r^{n-1} \quad a_n = \frac{1}{a_1 + (n-1)d}$

$2. q \rightarrow r$
 $1. p \rightarrow r$
 $2. q \rightarrow s$
 $3. p \vee q$

$1. p \wedge q$
 $1. p$
 $p \vee q$

arcsin
 \cot
 $\pi/4$
 $\sqrt{2}$
 1
 sech

UNIDAD DIDÁCTICA 3

INDUCCIÓN MATEMÁTICAS

Expresiones Algebraicas

Luis Miguel Cabrera González



$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$
 $\tanh^2(x) + \operatorname{sech}^2(x) = 1$
 $\csc(-x) = -$
 $\lim_{h \rightarrow 0} f(x_0 + h)$
 $\sinh(x)$
 $\operatorname{csch}(x) = (e^x - e^{-x})/2$
 $\sim \forall x [\sim p(x)] = \exists x [p(x)] \quad \sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$
 $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
 $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$
 $a_n = a_1 r^{n-1} \quad a_n = \frac{1}{a_1 + (n-1)d}$

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

Facultad: Pregrado

Denominación del programa: Administración Pública AP

Nombre de la asignatura: Inducción Matemáticas

Modalidad¹: Presencial - Distancia

Tipo de asignatura²:

Número de créditos³:

Horas de acompañamiento directo:

Horas de trabajo independiente:

Nombre del autor: Luís Miguel Cabrera González

Asesoría Pedagógica y Control de calidad:

Fecha última versión: 20/06/2017

ISBN:978-958-652-841-2

¹ Presencial, distancia o virtual.

² Teórico-práctica o teórica.

³ Un crédito equivale a 48 horas distribuidas así: 12 horas de acompañamiento directo del docente y 36 horas de trabajo independiente, que involucra acompañamiento mediado y trabajo autónomo del estudiante (Decreto 1295 del 2010 y Decreto 1075 del 2015).

CONTENIDO

UNIDAD DIDÁCTICA 3 – EXPRESIONES ALGEBRÁICAS	4
RESUMEN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	4
COMPETENCIAS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA	5
CONTENIDOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA 3 – EXPRESIONES ALGEBRÁICAS	5
TEMA 3. OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS	5
CASO DE ESTUDIO	9
CONCLUSIONES	16
MATERIAL DE ESTUDIO	17
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	17
GLOSARIO	20

UNIDAD 3 DIDÁCTICA



LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Ejemplo de expresiones algebraicas.....	6
--	---

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. División con polinomios	8
---	---

UNIDAD 3 DIDÁCTICA



UNIDAD DIDÁCTICA 3

UNIDAD DIDÁCTICA 3 – EXPRESIONES ALGEBRÁICAS

RESUMEN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

El álgebra es una herramienta potente para resolver problemas complejos de manera general, siendo muy versátil al aplicarse a una variada gama de situaciones en la vida en general, razón por la cual, se hace énfasis en conceptos básicos como: Operaciones con Números reales, Exponentes y Radicales, Expresiones Algebraicas, Productos y Cocientes Notables y Factorización.

Los anteriores conceptos le permitirán al estudiante desarrollar habilidades para:

- Realizar operaciones con números reales utilizando propiedades fundamentales,
- Construir modelos aritméticos o algebraicos con números reales, y
- Utilizar razones, tasas, proporciones y variaciones para modelar y solucionar problemas económicos.

Las habilidades desarrolladas apuntan al mejoramiento de competencias profesionales para la modelación de procesos Económicos, Financieros, Contables, Ambientales, Geo-referenciales, Tecnológicos e investigativos, donde el establecimiento de relaciones entre variables fomenta el pensamiento lógico, algebraico, numérico y variacional, potenciando la creatividad e innovación.

UNIDAD DIDÁCTICA 3

COMPETENCIAS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

ESTRUCTURA TEMÁTICA			
Nombre de la unidad didáctica	Competencia de aprendizaje de la unidad didáctica	Tema	Subtemas
Inducción Matemáticas Expresiones Algebraicas	Comprende y aplica los conceptos básicos del álgebra como estrategia para resolver problemas complejos mediante la modelación de fenómenos cuantitativos de la Administración Pública.	3 Expresiones Algebraicas	3.1 Adición
			3.2 Sustracción
			3.3 Multiplicación
			3.4 División

CONTENIDOS DE LA UNIDAD DIDÁCTICA 3 – EXPRESIONES ALGEBRAICAS

TEMA 3. OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una expresión algebraica es una combinación de números y variables mediante operaciones de suma, resta, multiplicación, división, exponenciación o extracción de raíces.

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

El dominio de una expresión algebraica, denota los valores para los cuales la expresión tiene sentido en el campo de los números reales.

Ejemplo 1:

Tabla 1. Ejemplo de expresiones algebraicas

Expresión algebraica	Dominio
5	Todos los reales, \mathbb{R}
$3 - \sqrt{x}$	$x \geq 0$
$\frac{4}{y}$	$y \neq 0$

Fuente: Elaboración Propia.

Un caso especial de las expresiones algebraicas lo constituyen los polinomios. Los más simples son los de una variable.

Polinomio en una variable

Un polinomio en x es una expresión de la forma: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$, donde n es un entero no negativo y los a_n son números reales, con $a_n \neq 0$. Si $a_n \neq 0$, se dice que el polinomio tiene **grado n** .

Ejemplo 2.

Dados los polinomios $p(x) = 4x^2 - 3x + 2$ y $q(x) = x - 3$, (están ordenados de mayor a menor o de forma descendente), hallar:

3.1 ADICIÓN

$$\begin{aligned}(4x^2 - 3x + 2) + (x - 3) &= 4x^2 - 3x + 2 + x - 3 \\ &= 4x^2 - 2x - 1\end{aligned}$$

3.2 SUSTRACCIÓN

$$\begin{aligned}(4x^2 - 3x + 2) - (x - 3) &= 4x^2 - 3x + 2 - x + 3 \\ &= 4x^2 - 4x + 5\end{aligned}$$

3.3 MULTIPLICACIÓN

$$\begin{aligned}(4x^2 - 3x + 2) \cdot (x - 3) &= 4x^2(x-3) - 3x(x-3) + 2(x-3), \text{ se aplica la propiedad distributiva} \\ &= 4x^3 - 12x^2 - 3x^2 + 9x + 2x - 6 \\ &= 4x^3 - 15x^2 + 11x - 6\end{aligned}$$

3.4 DIVISIÓN (SE APLICA EL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN SINTÉTICA)

$$(4x^2 - 3x + 2) / (x - 3) = \frac{4x^2 - 3x + 2}{x - 3}$$

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

$$\begin{array}{r}
 4x^2 - 3x + 2 \quad | \quad x - 3 \\
 \underline{-4x^2 + 12x} \quad \quad \quad \mathbf{4x + 9} \\
 9x + 2 \\
 \underline{-9x + 27} \\
 29
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 4x^2 / x = \mathbf{4x} \\
 9x / x = \mathbf{9}
 \end{array}$$

$$(4x^2 - 3x + 2)/(x - 3) = \frac{4x^2 - 3x + 2}{x - 3} = 4x + 9 + \frac{29}{x - 3}$$

Figura 1. División con polinomios

$$\frac{\textit{Dividendo}}{\textit{Divisor}} = \textit{Cociente} + \frac{\textit{Residuo}}{\textit{Divisor}}$$

Fuente: Elaboración Propia.

La anterior expresión se obtiene reconociendo el dividendo, el divisor, el cociente y el residuo, como se aprecia en la siguiente imagen:

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

Dividendo	$x - 3$	Divisor	
$4x^2 - 3x + 2$		$4x + 9$	$4x^2 / x = 4x$
$-4x^2 + 12x$		Cociente	$9x / x = 9$
$9x + 2$			
$-9x + 27$			
29		Residuo	

CASO DE ESTUDIO

- Realice las operaciones indicadas y simplifique

1. $2(a-3b) - 4\{2a - 3[b - 3(a - b)]\}$
2. $2 - 3\{2(x^2 + 2) - 3(x^2 - 5)\}$
3. $(5a - 7b + 4) - (2a + 3b - 9)$
4. $(2x - 3)(x^2 - 3x + 4)$
5. $(x^2 - 4)(2x - 5)$
6. $(2x^2 - 3x + 5)(x - 2)$
7. $(\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 3)$
8. $(3y - 2)(4y^3 - 2y^2 + 5)$
9. $(3x - 2)^2$
10. $(3x^2 - 5x + 2) \div (x - 5)$

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

11. $(2x^2 - 3x + 5) \div (x - 3)$

12. $(3x^3 - 5x^2 + 2) \div (x - 2)$

13. $x^3 \div (x - 2)$

14. $\frac{3w^2 - 18w}{3w}$

15. $\frac{(3z - 4) - (12z + 5)}{3z}$

16. $\frac{12x^5 - 8x^3 + 24x^2}{4x^2}$

17. $(x^2 - 5x + 2) \div (2x - 1)$

18. $(2 - 3x - 5x^2) \div (x - 2)$

19. $4\{2(x^2 - y^2) - 3(y^2 - x^2)\}$

20. $(ax + by)(cx + dy)$

- **Cuestionario**

1. Al realizar la operación $2(a - 3b) - 2\{2a - 3[b - 3(a - b)]\}$, se obtiene:

- a) $-20a + 18b$
- b) $2a + 12b$
- c) $-2a + 6b$
- d) $18b + 20a$

2. Al efectuar la operación $5 - 2\{3(x^2 + 2) - 2(x^2 - 5)\}$, se obtiene:

- a) $-2x^2 - 27$
- b) $-2x^2 + 27$
- c) $2x^2 - 27$
- d) $-2x^2 - 7$

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

3. Al resolver la operación $(5a - 7b + 4) - 2(2a - 3(b - 2))$, se obtiene:

a) $a - b - 8$

b) $2a - b + 4$

c) $a - b + 4$

d) $a - 2b + 4$

4. Al multiplicar las expresiones $2x - 3$ y $x^2 - 3x - 2$, se obtiene:

a) $2x^3 - 9x^2 + 5x + 6$

b) $2x^3 - 9x^2 + 9x - 6$

c) $2x^3 - 9x^2 - 5x + 6$

d) $2x^3 - 9x^2 - 5x - 6$

5. Al multiplicar los polinomios $x^2 - 4$ y $2x - 5$, se obtiene:

a) $2x^3 - 5x^2 - 8x + 20$

b) $2x^3 + 5x^2 + 8x + 20$

c) $x^3 - 5x^2 - 8x + 20$

d) $2x^3 - 5x^2 - 8x + 10$

6. Al multiplicar los polinomios $2x^2 - 3x + 5$ y $x - 2$, se obtiene:

a) $2x^3 - 7x^2 + 11x - 10$

b) $2x^3 - 7x^2 + 11x + 10$

c) $2x^3 + 7x^2 + 11x - 10$

d) $2x^3 - 7x^2 - 11x - 10$

7. Al efectuar la operación $(3y - 2)(2y^2 - 2y + 3)$, se obtiene:

a) $6y^3 - 10y^2 + 13y - 6$

b) $6y^3 - 10y^2 + 13y - 2$

c) $2y^3 - 10y^2 + 13y - 6$

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

d) $6y^3 - 5y^2 + 13y - 6$

8. Al realizar la operación $(3x^2 - 2x + 4) \div (x - 2)$, se obtiene:

a) $3x + 4 + \frac{12}{x-2}$

b) $3x + 4 - \frac{12}{x-2}$

c) $x - 2 + \frac{12}{3x+4}$

d) $3x + 4 + \frac{2}{x-2}$

9. Al efectuar la operación $x^3 \div (x - 3)$, se obtiene:

a) $x^2 + 3x + 9 + \frac{27}{x-3}$

b) $x^2 + 3x + 9 - \frac{27}{x-3}$

c) $x^2 + 3x + 9$

d) $x^2 + 3x + 9 + \frac{7}{x-3}$

10. Al resolver la operación $(2x^2 - 3x + 5) \div (x - 3)$, se obtiene como residuo:

a) 14

b) 4

c) -8

d) $\frac{14}{x-3}$

11. Al resolver la operación $(2x^2 - 3x + 5) \div (x - 3)$, se obtiene como cociente:

a) $2x + 3$

b) $\frac{14}{x-3}$

c) 14

d) -8

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

12. Al resolver la operación $(5x^2 - 3x + 2) \div (x - 2)$, se obtiene como residuo:

- a) 16
- b) -2
- c) $5x + 7$
- d) $\frac{16}{5x+7}$

13. Al resolver la operación $(5x^2 - 3x + 2) \div (x - 2)$, se obtiene como cociente:

- a) $5x + 7$
- b) 16
- c) $\frac{16}{5x+7}$
- d) -2

14. Al efectuar la operación $\frac{9w^2 - 21w}{3w}$, se obtiene:

- a) $3w - 7$
- b) $6w - 7$
- c) $3w - 18$
- d) $6w - 18$

15. Al efectuar la operación $\frac{9y^2 - 21y}{3y}$, se obtiene como residuo:

- a) 0
- b) y
- c) -2
- d) $3y$

16. Al resolver la expresión $\frac{(3z-5)-(12z-5)}{3z}$, se obtiene:

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

- a) -3
- b) $3z$
- c) 3
- d) $\frac{3}{z}$

17. Al simplificar la expresión $\frac{10w}{5w}$, se obtiene:

- a) 2
- b) $2w$
- c) $\frac{2}{w}$
- d) $\frac{w}{2}$

18. Al simplificar la expresión $\frac{15x+10}{5}$, se obtiene:

- a) $3x + 2$
- b) $2x + 3$
- c) $x + 2$
- d) $3x + 10$

19. Al efectuar la siguiente operación $\frac{12x^5-8x^3+24x^2}{4x^2}$, se obtiene:

- a) $3x^3 - 2x + 6$
- b) $3x^3$
- c) $3x^3 - 2x^2 + 6$
- d) $2x^3 - 2x + 6$

20. Al resolver la operación $(3x - 2)(3x + 2)$, se obtiene:

- a) $9x^2 - 4$
- b) $x^2 - 4$

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

- c) $9x^2 + 4$
- d) $9x^2 - 2$

21. Al efectuar la operación $(x - 2)(x - 2)$, se obtiene:

- a) $x^2 - 4x + 4$
- b) $x^2 - 4$
- c) $x^2 + 4$
- d) $x^2 - 2x + 4$

22. Al realizar la operación $(x - y)(x^2 + xy + y^2)$, se obtiene:

- a) $x^3 - y^3$
- b) $x^3 + y^3$
- c) $x^2 - y^2$
- d) $x^2 + y^2$

23. Al resolver la operación $(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)$, se obtiene:

- a) $x - 9$
- b) $x^2 - 9$
- c) $x + 9$
- d) $x^2 + 9$

24. Al realizar la operación $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$, se obtiene:

- a) $x^3 + y^3$
- b) $x^3 - y^3$
- c) $x^2 + y^2$
- d) $x^2 - y^2$

25. Al efectuar la operación $(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)$, se obtiene:

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

- a) $x - 5\sqrt{x} + 6$
- b) $x^2 - 5x + 6$
- c) $x^2 - 5\sqrt{x} + 6$
- d) $x - 5$

CONCLUSIONES

Comprender los conceptos matemáticos básicos como insumo para resolver problemas complejos mediante la modelación de relaciones entre variables, permite abordar fenómenos económicos, financieros y logísticos presentes en la administración pública, con lo cual se promueve la toma de decisiones de manera racional, así como la gestión de recursos para satisfacer necesidades.

MATERIAL DE ESTUDIO

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

Tema que abordan	Referencia bibliográfica	Ubicación
Operaciones con Expresiones Algebraicas	Matematicasprofealex (2017). Clasificación de las expresiones algebraicas - Monomio, Binomio, Trinomio.	Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=_NS3U2nwk0g
	PapsScience (2016). Elementos de un Término Algebraico - Clasificación.	Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=yHruTDU1smk
	PapsScience (2016). Expresiones Algebraicas - Clasificación.	Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=qlh4kUkyoQ0
	PapsScience (2016). Elementos de un Término Algebraico - Clasificación.	Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=yHruTDU1smk
	TutoMate (2014). Suma y resta de polinomios.	Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=1L_zBNWEANK
	TutoMate (2014). Producto de polinomios.	Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=hR1ppnkTEpk&t=10s
	TutoMate (2016). División de polinomios.	Disponible en: https://www.youtube.com/watch?v=3veL1bg6_j0

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS DEL CONTENIDO DISCIPLINAR

Angel, Allen. (2008). Álgebra intermedia. 7 Ed. Pearson Educación. México.

Arya, Jagdish., Lardner, Robin., Ibarra, Víctor. (2009). Matemáticas aplicadas a la Administración y Economía. 5 Ed. Prentice Hall. México.

Aufmann, Richard., Lockwood, Joanne. (2013). Álgebra intermedia. 8 Ed. Cengage Learning. México.

Haeussler, Ernest., Paul, Richard., Wood, Richard. (2008). Matemáticas para Administración y Economía. 12 Ed. Pearson – Prentice Hall. México.

Hernández, Hernán. (2004). Razonamiento Matemático. Estrategias en la resolución de problemas. 1 Ed. Editorial Ingenio S.A. Lima. Perú.

Hoffmann, Laurence., Bradley, Gerald., Rosen, Kenneth. (2006). Cálculo Aplicado para Administración, Economía y Ciencias Sociales. 8 Ed. McGraw-Hill. México.

Jiménez, René. (2011). Matemáticas 1 – Álgebra. 2 Ed. Prentice Hall. México.

Silva, Omar. (1994). Matemáticas Básicas. Universidad Externado de Colombia. Bogotá. Colombia.

Swokowski, Earl., Cole, Jeffery. (2011). Álgebra y Trigonometría. 13 Ed. Cengage Learning. México.

Tan, Soo. (2012). Matemáticas Aplicadas a los Negocios, Las Ciencias Sociales y de la Vida. 5 Ed. Cengage Learning. México.

UNIDAD 3 DIDÁCTICA



UNIDAD 3 DIDÁCTICA

WEBGRAFÍA

Definición ABC (2017). Tu Diccionario Hecho Fácil. Disponible en: <https://www.definicionabc.com/> (19/05/17)

Disfruta Las Matemáticas (2017). Diccionario ilustrado de Matemáticas. Disponible en: <http://www.disfrutalasmaticas.com/definiciones/index.html> (12/05/17)

Profesor en Línea (2017). Tú ayuda para las tareas. Disponible en: http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Indice_general_matematica.html (01/06/17)

Recursos TIC (2017). Ministerio de Educación, Formación Profesional y Universidades. España. Disponible en: <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/> (20/05/17)

GLOSARIO

Conjunto: Colección de elementos enumerados entre llaves { }.

Exponente: El exponente de un número muestra cuántas veces el número se va a utilizar en la multiplicación.

Expresión: Números, símbolos y operadores (como + y \times) agrupados para mostrar el valor de algo.

Factorización: Factorizar una expresión (suma de términos) significa escribirla como producto de dos o más términos llamados factores, con el objetivo de simplificarla y así poder resolver ecuaciones.

Polinomio: Expresión algebraica cuyo exponente es un entero positivo.

Radical: Una expresión que tiene raíz cuadrada, raíz cúbica, etc.

Término: Es un número o una variable, o números y variables multiplicados.

Términos semejantes: Términos que tienen iguales variables (letras) e iguales exponentes.

Variable: Un símbolo para un número que aún no sabemos. Es normalmente una letra como x o y.

UNIDAD 3 DIDÁCTICA

